

੫੦. ਜਾਹਿਰ ਹੈ ਕਿਣੀਆਂ ਚੀਜ਼ਾਂ ਹੇਠਲੀਆਂ, ਮੈਰੀ ਨੋਟਬੁਕਸ ਵਿਚੋਂ, ਆਰਾਮ ਨਾਲ ਟਾਇਪ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਸਨ ਟੈਕਸਟ ਵਿਚ ਹੀ। ਪਰ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੁਣ ਅੱਧ ਭੁਲ ਗਈਆਂ ਹਨ ਮੈਨੂੰ ਤੇ ਸ਼ਾਇਦ ਕਾਫ਼ੀ ਹੋਰ ਕੰਮ ਮੰਗਣ। ਕੋਈ ਖਾਸ ਤਰਤੀਬ ਵਿਚ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹਨ ਇਹ ਨੁਕਤੇ, ਅੱਤੇ ਕਾਫ਼ੀ ਐਸੇ ਵੀ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਸਿਧਾ ਗਣਿਤ ਨਾਲ ਕੋਈ ਖਾਸ ਰਿਸ਼ਤਾ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਨਾਂ ਹੀ ਮੈਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਏਥੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਸਾਫ਼ ਕਰਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਹੀ ਕਰਾਂਗਾ, ਪਰ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਕਿਤੇ ਹੋਰ ...

(੫੦.੦੧) **ਖੱਬਾ ਤੇ ਸੱਜਾ ਬਦਲ ਜਾਂਦੇ ਨੇ ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਵਿਚ, ਕਿਉਂ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ ਥੱਲਾ ਤੇ ਉਤਲਾ?**

(੫੦.੦੨) ਲਾਇਨ ਦੀ ਰੈਫਲੈਕਸ਼ਨ ਪੌਐਂਟ ਵਿਚ, ਅਸੀਂ ਐਕਸਟੈਂਡ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਪਲੇਨ ਦੀ ਉਸੀ ਪੌਐਂਟ ਗਿਰਦ ਹਾਫ਼-ਟਰਣ ਨਾਲ। ਇਹ ਪਲੇਨ ਦੀ ਓਰੀਐਂਟੇਸ਼ਨ ਕਾਇਮ ਰਖਦੀ ਹੈ, ਜਿਥੇ ਕਿ ਲਾਇਨ ਦੀ ਓਰੀਐਂਟੇਸ਼ਨ ਪਲਟ ਦਿੰਦੀ ਸੀ ਓਹਦੀ ਰੈਫਲੈਕਸ਼ਨ। **ਖਿਯਾਮ** ਦੇ ਤਰੀਕੇ ਵਿਚ ਰੈਫਲੈਕਸ਼ਨ ਇਸਤਮਾਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਸਨ, **ਭਾਗ ਚੌਥੇ** ਦੀ ਵਿਧੀ ਵਿਚ ਹੋਨ ਗਿਆਂ ਅੱਧ-ਟਰਨਜ਼।

(੫੦.੦੩) ਰੀਅਲ ਪੋਲੀਨੋਮੀਅਲਜ਼ ਜਿਨਹਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਰੂਟ ਰੀਅਲ ਹਨ (ਬਣਾਂਦੇ ਹਨ ਯੂਣਿਨ ਸਾਰੀਆ n -ਸਵੈਲੋਟੇਲਜ਼ ਦਾ) ਦੀ ਪਹਛਾਣ ਤੇ **ਯੂਨੀਸੋਡੈਲੀਟੀ**, ਸਰਕਲ ਐਕਸ਼ਨ ਸੇ **ਸੀਕਲਿਕ ਹੋਮੋਲੋਜੀ**, ਸ਼ਾਇਦ **ਸੀਕਲਿਕ ਸ਼ਿਫਟਿੰਗ**, ਨੇਬਰਲੀ ਟਰਾਐਗੁਲੇਸ਼ਨਜ਼ (੧੯੮੩) ਤੋਂ ਚਲ ਕਈ ਸੇਖੇ **ਰੀਮਾਣ ਹਾਈਪੋਥੇਸਿਸ**, ਦੇਖੋ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤੌਰ ਤੇ ਸਿਮਪਲੀਸ਼ੀਅਲ (ਕੋ)ਹੋਮੋਲੋਜੀਜ਼ (੧੯੯੫), ਪਰ ਨੌਟ ਇਸ ਤੋਂ ਨਿਕਲੇ ੧੯੯੮ ਦੇ ਪਰਚੇ ਵਿਚ ਅਫਸੋਸ ਸਾਇਕਲਿਕ ਹੋਮੋਲੋਜੀ ਨਹੀਂ ਹੈ, **ਜੈਨਸਨ** ਤੇ **ਪੋਲੀਆ** ਦਾ ਪੁਰਾਣਾ ਕਮ ਜੋ ਦਸਦਾ ਹੈ **ਰੀਮਾਣ** ਦਾ ਹਾਈਪੋਥੇਸਿਸ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਕਈ ਐਸੇ ਹੀ ਸੇਖੇ ਹਾਈਪੋਥੇਸਿਸ ਦੇ, ੨੦੧੯ ਵਿਚ ਛਪੇਆ **ਜਾਗੀਅਰ** ਦਾ ਇਕ ਤਰੀਕਾ ਜਿਨਹੇ ਕਾਫ਼ੀ ਐਸੇ ਸੇਖੇਆਂ ਨੂੰ ਸ਼ੋਧ ਦਿਤਾ ਹੈ, **ਕੋਨਜ਼** ਦਾ ਨਿਰਾਂਤਰ ਚਲਦਾ ਰੀਮਾਣ ਹਾਈਪੋਥੇਸਿਸ ਤੇ ਹਮਲਾ ਸੀਕਲਿਕ ਹੋਮੋਲੋਜੀ ਰਾਂਹੀ, ਵਗੈਰਾ।

(੫੦.੦੪) **ਕੌਮਪਲੈਕਸੀਫਿਕੇਸ਼ਨ** n -ਸਵੈਲੋਟੇਲ ਦੀ ਟੋਪੋਲੋਜੀ ਨੂੰ ਝੱਟ ਜਟਿਲ ਕਰ ਦਿੰਦੀ ਹੈ, ਜਿੰਵੇ ਹੁਣ ਆਫਾਇਣ ਦਾ ਫੰਡਾਮੈਂਟਲ ਗਰੁਪ ਹੀ ਮਾਣ ਨਹੀਂ, ਸਰਜੈਕਟ ਕਰਦਾ ਹੈ ਇਹ $n!$ ਪਰਮੂਟੇਸ਼ਨਜ਼ ਦੇ ਗਰੁਪ ਤੇ, 'ਕਾਰਣ' **ਗਾਲਵਾ ਥੀਓਰੀ** ਦਾ। ਕਿਤੇ ਸਰਲ ਹੈ ਰੀਅਲ n -ਸਵੈਲੋਟੇਲ ਜਿਹਨੂੰ ਆਪਾਂ 'ਦੇਖ' ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਤੇ ਪਰੋਜੈਕਟਿਵਲੀ ਐਸ ਤੇ ਵੀ S^1 , ਦਰਅਸਲ ਬੇਬੀ ਐਕਸ਼ਨ, ਤਾਂ ਹੈ। ਕਿਤੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਕੁਦਰਤੀ ਹੋਵੇ ਜੇ ਇਸ ਤੋਂ ਉਤਪੱਤ ਸੀਕਲਿਕ ਹੋਮੋਲੋਜੀਕਲ ਤਰੀਕੇਆਂ ਨਾਲ ਹੀ ਆਪਾਂ ਲੱਭ ਲਈਏ ਰਾਹ ਓਥੇ ਤਕ ਜਿਥੇ ਫਿਲਹਾਲ ਕੌਮਪਲੈਕਸੀਫਾਇਡ ਬੇਬੀ-ਮਤਲਬ **ਪੀਕਾਰ**, **ਲੈਫਸਸੈਟਸ** ਅਤੇ **ਕਾਹਲਰ** ਦਾ-ਐਕਸ਼ਨ ਹੀ ਲੈ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਮਸਲਣ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਟਾਇਮ ਇਸ ਗਾਹੇ ਰਸਤੇ ਮੇਰੇ **ਹੈਵੁਡ ਇਨਇਕੁਐਲਿਟੀ ਕੌਨਜੈਕਚਰ** ਤੇ ਕਿਣੇ ਹੋਰ ਐਸੇ ਮਸਲੇ ਪਰਾਪਤ ਕਰਣ ਦੀ ਆਸ ਤਾਂ ਹੈ, ਪਰ **ਸਾਫ਼ ਸਮਝ** ਲਈ ਮੇਰੇ ਖਿਆਲ ਵਿਚ ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ ਰੀਅਲ ਸਵੈਲੋਟੇਲਜ਼ ਤੇ ਬੇਬੀ ਐਕਸ਼ਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਹੀ ਕਰਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

(੫੦.੦੫) **ਬਹੁਤ ਗ਼ਲੱਤ ਹੈ ਯੁਕਲਿਡ ਨੂੰ ਅੱਜ-ਕਲ ਦੇ ਅੱਰਥਾਂ ਵਿਚ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਸਮਝਣਾ।** ਹਾਂ, ਕੁਝ ਸੇ ਕੁ ਸਾਲ ਪਹਲਾਂ ਤਕ ਜੌਮੈਟਰ ਤੇ ਗਣਿਤਕਾਰ ਇਕ ਸਨ, ਪਰ ਹੁਣ ਜਮੈਟਰੀ ਗਣਿਤ ਦਾ ਭਾਗ ਹੀ ਰਹਿ ਗਿਆ ਹੈ, ਤੇ ਕੁਝ ਤਾਂ ਇਹ ਕਹਿੰਦੇ ਵੀ ਮਿਲ ਜਾਣਗੇ ਕਿ ਮੈਥ ਕਰਣ ਲਈ ਜਮੈਟਰਿਕ ਇਨਟੀਊਸ਼ਨ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ! ਮੈਥ ਨੂੰ ਐਣੀ ਫ਼ੌਰਮਲੀ ਤੱਕਣਾ ਵੀ **ਯੁਕਲਿਡ** ਦੀ ਹੀ ਦੇਣ ਹੈ। ਤੇ ਓਹਦੀ ਪੰਜਵੀ ਕਿਤਾਬ ਚ **ਯੋਡੋਕਸਸ** ਦੇ ਨਤੀਜੇਆਂ ਨੂੰ **ਡੈਡੀਕੀਂਡ** ਨੇ \mathbb{R} ਦੀ ਓਹ ਡੈਡੀਨੇਸ਼ਨ ਮਣ ਲਿਤਾ ਜਿਸ ਨਾਲ ਅਕਸਰ ਅਜ ਦਿਆਂ ਰੀਗੋਰਸ ਐਨੇਲੇਸਿਸ ਦੀਆ ਬੁਕਾਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਤੇ ਯੁਕਲਿਡ ਚ ਦਿੱਤੇ $\sqrt{2}$ ਨੂੰ ਇਰਰੈਸ਼ਨਲ ਸਿਧ ਕਰਣ ਦੇ ਸਕੂਲੀ ਤਰੀਕੇ ਤੋਂ ਕੱਢ ਲਿਤਾ **ਗਾਉਸ** ਨੇ ਕਿ ਦਰਅਸਲ ਜੇ ਕੋਈ ਵੀ ਅਲਜੈਬਰਿਕ ਇਨਟੀਜਰ ਰੈਸ਼ਨਲ ਹੈ ਤਾਂ ਓਹ ਇਕ ਆਮ ਇਨਟੀਜਰ ਹੈ, ਵਗੈਰਾ।

(੫੦.੦੬) ਨਾਂ ਸਿਰਫ ਰੂਲਰਜ਼, **ਡੈਡੀਨੇਸ਼ਨਜ਼ ਰੂਲਰਾਂ ਦੀ ਜਮਾਂ ਤੇ ਜ਼ਰਬ ਦਿਆਂ, ਕੇਲਕੂਲਸ ਵੀ, ਸੱਭ, ਓਬਜ਼ਰਵਰ-ਨਿਰਭਰ ਚੀਜ਼ਾਂ ਹਨ**, ਜਿਹਨਾਂ ਨਾਲ ਇਹ ਲੋਕਲ ਜੀਵ ਟੋਹ ਰਹੇ ਹਨ ਗਲੋਬਲ ਸੱਚਾਈ (ਸ਼ਾਇਦ ਕਰੌਸ ਰੈਸ਼ੇ ਯਾਂ ਰੇਲੈਟਿਵਿਸਟਿਕ ਦੂਰੀ ਵਾਲੀ, ਇਕ ਸਫੈਰੀਕਲ ਕਲੋਜ਼ਡ ਸਬ-ਮੈਨੀਫੋਲਡ ਯਾਂ ਸੀਮੱਤ ਓਪੈਣ ਸੈਟ ਦੀ) ਜਿਸ ਤੇ ਯਾਂ ਵਿਚ ਇਹ ਵੱਖਰੇ ਜੀਂਦੇ ਹਨ। ਪਰ ਅਸੀਂ ਜੀਵ ਕੁਝ ਆਪਣੇ ਇਕ ਤੇ ਦੋ ਡਾਈਮੈਨਸ਼ਨੀ ਰੂਲਰਾਂ--ਰੀਅਲ ਤੇ ਕੌਮਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰਾਂ--ਦੇ ਏਣੇ ਆਦੀ ਹੋ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਅਕਸਰ ਸਾਨੂੰ ਜਮੈਟਰੀ ਤੇ ਐਸ ਤੋਂ ਨਿਕਲੇ ਨੰਬਰਾਂ ਦਾ ਨਾਤਾ ਅੰਡੇ-ਮੁਰਗੀ ਵਾਲਾ ਜਾਪਦਾ ਹੈ।

(੫੦.੦੭) **ਅਹਲਫ਼ੋਰਜ਼** ਲਾਜਵਾਬ ਹੈ ਕੌਮਪਲੈਕਸ ਕਰੌਸ ਰੈਸ਼ੇਜ਼ ਤੇ ਤਕਰੀਬਣ ਕੌਮਪਲੈਕਸ ਸਬ ਕੁਝ ਲਈ, ਪਰ **ਹਾਇਪਰਇਲਿਪਟਿਕ ਇਨਟੀਗਰਲ** ਨਹੀਂ ਐਸ ਵਿਚ। ਜੇ ਹਨ ਮੈਰੇ ਲਈ ਐਸ ਤੋਂ ਵੀ ਪਿਆਰੀ

ਗੁਰਸਾ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਵਿਚ। ਜਿਸ ਨਾਲ ਮੰਨੇ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਏਆ ਸੀ ਮੈਰਾ ਸਫ਼ਰ, ਦੇਖੋ ਪੀ ਜੀ & ਆਰ, ਨੋਟ ਪ (ਬਾਈ ਦੀ ਵੇ, ਐਸ ਇਕੋ ਸਫ਼ੇ ਤੇ ਦਰਜ ਪਹਿਲੇ ਸਤ ਨੋਟ ਅਜ ਵੀ ਸੱਭ ਤੋਂ ਜ਼ਰੂਰੀ ਲਗਦੇ ਹਨ ਮੈਂਨੂੰ, ਸ਼ੇਸ਼ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੀ ਸਾਫ਼ ਕਰਣ ਦਾ ਲੰਬਾਂ ਚੱਲਦਾ ਯੱਤਣ ਹੈ)। ਸਹਜੇ ਗੁਰਸਾ ਸਮਝਾਂਦਾ ਹੈ ਗਲ ਸੱਚੀ ਸਰਲ ਇਨਟੀਗਰਲ $\int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}$ ਸਮਝਨ ਦੀ ਹੈ - ਦੇਖੋ ਦੂਜੀ ਵੈਲੀਉਮ, ਪੱਛੇ ੫੦ ਤੋਂ ੬੦ ਤਕ - ਇਹ ਸਮਝ ਆ ਗਿਆ ਤਾਂ ਝੱਟ ਪੱਲੇ ਪੈ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਸਾਰੇ ਹਾਈਪਰਇਲਪਟਿਕ ਪੀਰੀਅਡ।

(੫੦.੦੮) ਉਪਰੋਕਤ ਸਫ਼ਰ ਵਿਚ ਇਕ ਇਕਾਈ ਤਾਂ ਹੈ ਹੀ, ਇਕੋ ਦਾ ਹੈ, ਮੈਰਾ। ਖੁਦ ਨੂੰ ਹੀ ਸਮਝ ਤੇ ਸਮਝਾ (ਸਕਦਾ ਤੇ) ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਮੈਂ: ਇਸ ਕਾਰਣ ਹੀ ਹਨ ਏਏ ਲਿੰਕ ਆਪਣੇ ਹੀ ਪਰਚੇਆਂ ਨੂੰ! ਪਿੱਛਲੇ ਦਸ ਸਾਲ ਦੇ ਕਮ ਕਾਰਣ, ਮੈਰੇ ਕਦੇ ਜੰਵਾਂ ਖਿੰਡੇ ਪੁਰਾਣੇ ਪਰਚੇ ਵੀ ਹੁਣ ਤਕਰੀਬਨ ਉਸ ਇਕੋ ਛੱਤ ਥੱਲੇ ਆ ਗਏ ਹਨ, ਜਿਸ ਛੱਤ ਲਈ ਮੈਂ ਪਰਯੋਗ ਕਰਦਾ ਹਾਂ ਵੀਸ਼ੇਸ਼ਨ ਕਾਰਟੀਸ਼ੀਅਣ: ਅੱਗੇ ਇਹਦੇ ਤੁਸੀਂ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਮੈਥੇਮੈਟਿਕਸ ਯਾ ਫੀਜ਼ੀਕਸ, ਦੋਨੋਂ ਫਰੇਜ਼ ਇਕੋ ਹਨ ਮੈਰੇ ਲਈ! ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਮੈਂ ਦੇ ਕਾਰਣ ਦੇ ਨਾਮ ਦਾ ਏਥੇ ਗਲੱਤ ਸਹਾਰਾ ਹੀ ਲੈ ਰਿਹਾ ਹੋਵਾਂਗਾ। ਮੈਂ ਕੋਈ ਵਿਦਵਾਨ ਨਹੀਂ ਓਹਦੇ ਫਲਸਫ਼ੇ ਦਾ। ਕਈ ਦਹਾਕੇ ਪਹਿਲਾਂ ਕੁਝ ਚਿਰ ਹਾਂ ਬੜਾ ਪੜਿਆ ਸੀ। ਲੱਗੇਆਂ ਮੈਨੂੰ ਠੀਕ ਰਸਤੇ ਤੇ ਤੋਰੀ ਸੀ ਓਹਣੇ ਗੱਡੀ। ਬਾਦ ਚ ਭੁਲ ਗਏ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਰਲ ਰਾਹ। ਐਸ ਭੁੱਲੀ ਸਰੱਲਤਾ ਦੀ ਖੋਜ ਹੈ ਮੈਰਾ ਸਫ਼ਰ।

(੫੦.੦੯) ਮੈਂ ਕਿਹੜੇ ਬਾਗ ਦੀ ਮੂਲੀ ਹਾਂ! ਦੇਕਾਰਤ ਵਰਗੇ ਲਈ ਵੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੋ ਗਿਆ ਲੰਬਾਂ ਐਕਾਂਤ ਲੱਭਣਾ ਜਿਸ ਵਿਚ ਓਹ ਆਪਣੇ ਸਫ਼ਰ ਨੂੰ ਠੀਕ ਸਮਝ ਸੱਕੇ। ਦਰਜਨ ਕੁ ਸਾਲਾਂ ਤੋਂ ਕੀਰਤੀ, ਜਿਤਿੰਦਰ, ਦੀਨੇਸ਼, ਵੀਭੋਰ, ਆਦਿ ਨੇ ਜੋ ਗਣਿਤ ਮੈਨੂੰ ਕਦੇ ਕਦਾਂਈ ਭੇਜੇਆ, ਓਹਦਾ ਜਵਾਬ ਮੈਂ ਅਕਸਰ ਨਿੱਘੇ ਥੈਂਕ ਯੂ, ਲੱਗੇ ਰਹੇ, ਸ਼ਾਬਾਸ਼, ਆਦਿ ਤੱਕ ਹੀ ਸੀਮਿਤ ਰੱਖੇਆ ਹੈ। ਬਾਵਜੂਦ ਇਸਦੇ ਕਿ ਤਕਰੀਬਨ ਸਾਰੇ ਇਹ ਪਰਚੇ ਮੈਂ ਪੜੇ, ਤੇ ਅਕਸਰ ਮੈਨੂੰ ਵਿਚਾਰ ਵੀ ਸੁੱਝੇ ਜੋ ਓਹਨਾਂ ਲਈ ਲਾਭਦਾਇਕ ਸਿਧ ਹੋ ਸਕਦੇ ਸਨ। ਪਰ ਮੈਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ ਆਪਣੀ ਆਦਤ ਦਾ, ਕਿ ਜੇ ਮੈਂ ਗਲ ਤੋਰੀ ਤਾਂ ਝੱਟ ਮੈਂ ਖੁਦ ਤੁਰ ਪਓਂ, ਘਸੀਟ ਓਹਨਾਂ ਨੂੰ ਨਾਲ, ਇਕ ਨੰਵੇ ਤੇ ਮੈਰੇ ਲਈ ਨਾਂ-ਜ਼ਰੂਰੀ ਰਾਹ ਤੇ। ਪੈਰੇਲਲ-ਪਰੋਜੈਕਸ਼ਿਨ ਤੇ ਮਲਟੀ-ਟਾਸਕਿੰਗ ਤੇ ਛੱਡੋ, ਕਦੇ ਕਦੇ ਓਥਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, 'ਟੂ ਵੈੱਕ ਐਂਡ ਚੀਊ ਗੱਮ ਐਟ ਦਾ ਸੇਮ ਟਾਇਮ'!

(੫੦.੧੦) 'ਰੀਇਨਵੈਨਟਿੰਗ ਦਾ ਵੀਲ' ਮਾੜੀ ਗਲੂ ਨਹੀਂ: ਤਾਜ਼ੀ ਅੱਖ ਦੇ ਕਈ ਫ਼ਾਏਦੇ ਹਨ! ਮਸਲਨ, ਸਾਡੀਆਂ ਐਫਾਇਣ ਕੌਮਪਲੈਕਸ n -ਸਵੈਲੋਟੇਲਜ਼, ਸਪੇਸ ਸਾਰੀਆਂ ਡਿਗਰੀ n ਇਕੁਏਸ਼ਨਜ਼ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਹਨ n ਵਖਰੇ ਰੂਟ, ਪਲੇਨ ਵਿਚ n ਇਕੋ ਜਹੇ ਸਦਾ ਵਖਰੇ ਹਿਲਦੇ ਪਾਰਟੀਕਲਜ਼ ਦੀ ਕੌਨਫੀਗੁਰੇਸ਼ਨ ਸਪੇਸ ਹੀ ਹੈ, ਜੋ ਅੱਗੇ ਦਸਦਾ ਹੈ ਕਿ ਇਹਦਾ ਫੰਡਾਮੈਂਟਲ ਗਰੁਪੋਇਡ, ਯਾਣੀ ਕਿ ਆਰਟਿਣ ਦੀਆਂ ਗੁੱਤਾਂ, ਦਾ ਸਿਧਾ ਨਾਤਾ ਹੈ ਸਾਡੀ ਥੀਓਰੀ ਓਫ਼ ਇਕੁਏਸ਼ਨਜ਼ ਨਾਲ। ਪੂਰੀ ਹੋਮੋਟੋਪੀ ਟਾਇਪ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਓਸ ਦੇ ਬਰੇਡ ਗਰੁਪ ਇਹ ਸਵੈਲੋਟੇਲਜ਼ ਦੀ, ਤੇ ਆਰਨੌਲਡ ਦਾ ਇਕ ਨਤੀਜਾ ਪੂਰੀ ਕੋਹੋਮੋਲੋਜੀ।

(੫੦.੧੧) ਬੱਰਣਸਾਇਡ ਪੈਨਟਨ ਦੀ ਪੁਰਾਨੀ ਕਿਤਾਬ, ਛੱਡ ਨੁਮੈਰੀਕਲ ਤਰੀਕੇ, ਮਨਫੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਫ਼ੋਰਮੂਲੇ, ਜਮਾਂ ਕਾਫੀ ਟੋਪੋਲੋਜੀ, ਹੈ ਸਾਡੀ ਥੀਓਰੀ ਓਫ਼ ਇਕੁਏਸ਼ਨਜ਼: ਐਸ ਮੂਲ ਇਮਾਰਤ ਬਗੈਰ ਗਾਲਵਾ ਦੀ ਓਬਸਟਰਕਸ਼ਨ ਥੀਓਰੀ ਮੈਂਨੂੰ ਤੇ ਚੈਸ਼ਾਇਰ ਕੈਟ ਦੀ ਹੱਸੀ ਵਰਗੀ ਲਗਦੀ ਹੈ!

(੫੦.੧੨) ਸਕੂਲੀ ਕਵਾਡਰੇਟਿਕ ਇਕੁਏਸ਼ਨਜ਼ ਵਾਲਾ ਹਿੱਸਾ ਹੀ ਇਮਾਰਤ ਦਾ ਅੱਤ ਸੁੰਦਰ ਹੈ--ਮੌਬੀਅਸ ਸਟਰਿਪ, $\mathbb{R}P^2$, CP^2 , $T^1(S^2) \cong \mathbb{R}P^3$ ਵਗੈਰਾ--ਤੇ ਯਾਦ ਦਿਲਾਉਂਦਾ ਹੈ ਦੂਰ ਪਰਿਨਸਟਨ ਤੋਂ ੧੯੬੯ ਵਿਚ ਮੈਂਨੂੰ ਚੰਡੀਘੰਤ ਭੇਜੇ ਪ੍ਰੋਫੈਸਰ ਸਟੀਨਰੋਡ ਦੇ 'ਹੋਮਵਰਕ' ਦੀ: ਕੁਝ ਹੋਰ ਹੀ ਹੋਨੀ ਸੀ ਮੈਰੀ ਕਹਾਣੀ ਓਹਨਾਂ ਦੀ ਦਿਆਲਤਾ ਬਗੈਰ। ਨਾਲ ਹੀ ਯਾਦ ਆਂਦੀ ਹੈ ਸੀਮਿਟਰਿਕ ਪਾਵਰਜ਼ ਉਤੇ ਕੁਝ ਹੋਰਾਂ ਨਾਲ ਲਿਖੇ ਮੇਰੇ ਹਮਖਿਆਲੀ ਜੀਵਾਲਯੇਵਿਚ ਦੇ ਇਕ ਸੁੰਦਰ ਪਰਚੇ ਦੀ: ਅਗਰ ਹੈ ਕੋਈ ਹੋਰ ਜੋ ਮੈਰੇ ਸਾਰੇ ਗਣਿਤ ਨੂੰ ਠੀਕ ਸਮਝ ਸਕਦਾ ਹੈ ਓਹ ਸ਼ਾਇਦ ਰਾਡੋ ਹੀ ਹੈ।

(੫੦.੧੩) ਟਾਇਮ ਵਿਚ ਦੂਰ ਗਣਿਤ ਠੀਕ ਸਮਝਣਾ ਵੀ ਓਣਾ ਹੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾ ਕਿ ਦੂਰ ਬੈਠੇ ਖੋਜੀਆਂ ਦਾ। ਮੈਰੇ ਹਾਨ ਦੇ ਫ਼ਰੈਂਚ (ਤੇ ਜਰਮਣ ਤੇ ਕਿੱਠੇ ਰੂਸੀ ਭਾਸ਼ਾ) ਵਿਚ ਚਲਦਾ ਤੇ ਅਕਸਰ ਕਾਫੀ ਫ਼ੋਰਮਲ ਸਟਾਇਲ ਵਿਚ ਲਿਖੇਆ ਗਣਿਤ ਤਾਂ ਪੜ ਲੈਂਦੇ ਸਨ, ਪਰ ਬਹੁਤ ਥੋੜੇ ਹਨ ਜਿਹਣਾਂ ਗਾਲਵਾ ਦੇ ਵਿਚਾਰਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੀ, ਯੌਰਦਾਂ ਦੀ "ਤਰੇਤੋ" (੧੮੭੦), ਕਦੇ ਪੜੀ ਹੈ। ਢੇੜ ਸੌ ਸਾਲ ਪੁਰਾਣਾ ਗਣਿਤ (ਬੇਸ਼ਕ ਪੜਣ ਵਾਲੇ ਦੀ ਮਾਂ-ਬੋਲੀ ਵਿਚ ਹੀ ਨਾਂ ਹੋਵੇ) ਸਮਝਣਾ ਸੋਖਾ ਤਾਂ ਨਹੀਂ, ਪਰ ਕਿਨ੍ਹਾ ਹੀ ਕੁਝ ਹੈ ਐਸ ਕਿਤਾਬ ਵਿਚ, ਜਿੰਵੇ ਕਿ ਓਹ ਪੇਜ ੩੮੦ ਦੀ ਥੀਓਰਮ, ਜੋ ਨਹੀਂ ਕਿਤੇ ਹੋਰ।

(੫੦.੧੪) ਮੈਂ ਖੋਜੀਆਂ ਦੀ ਨੈਸ਼ਨੈਲਿਟੀ ਨਹੀਂ ਲਿਖੀ ਹੈ। ਧਾਰਮਿਕ ਕੱਟਰਪੁਣੇ ਤੋਂ ਵੀ ਵੱਧ ਹਿੰਸਾ ਹੋਈ ਹੈ, ਅਤੇ ਅਜ ਵੀ ਹੋ ਰਹੀ ਹੈ, ਨੈਸ਼ਨਲਇਜ਼ਮ ਕਰਕੇ। ਪ੍ਰਿਥਵੀ ਦੀ ਦੇਸ਼ਾਂ ਵਿਚ ਵੰਡ ਕਿਣੀ ਬੇਕੁਦਰਤੀ, ਬੇਤੁਕੀ ਤੇ ਭੱਦੀ ਹੈ ਲਈ ਪੜੇ ਬਾਈਓਲੋਜਿਸਟ ਲੁਇਸ ਥੋਮਸ ਦਾ ਲੇਖ "ਦੀ ਇਕਸ", ਉਹਦੀ ਕਿਤਾਬ "ਲਾਇਵਜ਼ ਓਫ਼ ਆ ਸੈਲ" (੧੯੭੪) ਵਿੱਚੋਂ।

(੫੦.੧੫) ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਨ "ਮਹਾਨ" ਵੀ ਫ਼ਜ਼ੂਲ ਸੀ। ਕਿਉਂਕਿ ਇਕ ਤਾਂ, ਸਾਰੇ ਹੀ ਖੋਜੀਆਂ ਦੇ ਜੋ ਮੈਂ ਨਾਮ ਲਿਤੇ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਸੱਭ ਅੱਤ ਉੱਤਮ ਗਣਿਤ ਕਿਤਾ ਹੈ। ਦੂਜੇ, ਮੈਂਨੂੰ ਹੁਣ ਐਲੱਰਜੀ ਜੀ ਵੀ ਹੋ ਗਈ ਹੈ ਸ਼ਬਦ "ਗਰੇਟ" ਨਾਲ, ਇਹਦੇ ਆਮ ਦੁਰਪ੍ਰਯੋਗ ਕਾਰਣ, ਦੇਖੋ ਸੋਹਨ ਲਾਲ ਸਨ ਓਫ਼ ਵਾਸੋ ਮਲ।

(੫੦.੧੬) "ਬਟ ਡੱਜ਼ ਦੈਟ ਨੌਟ ਰੀਡਿਊਸ ਯੋਅਰ ਰੀਡਰਸ਼ਿਪ?" ਇਕ ਪੰਜਾਬੀ ਨੇ ਮੈਂਨੂੰ ਪੁਛਿਆ ਜਦੋਂ ਮੈਂ ਉਹਨੂੰ ਦੱਸਿਆ ਕਿ ਮੈਂ ਹੁਣ ਆਪਣੇ ਗਣਿਤ ਉੱਤੇ ਖਿਆਲ ਪੰਜਾਬੀ ਵਿਚ ਹੀ ਲਿਖਦਾਂ ਹਾਂ। ਅਗਰ ਤੁਸੀਂ ਏਥੇ ਤਕ ਮੇਰੇ ਨਾਲ ਹੋ ਤਾਂ ਜਾਹਿਰ ਹੈ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਮੇਰੇ ਵਰਗੇ ਪੰਜਾਬੀ ਬੋਲਦੇ ਤੇ ਪੜਦੇ ਗਣਿਤਕਾਰ ਹੋ। ਸੋ ਤੁਸੀਂ ਦੇ ਤਿਣ ਪੱਛਮੀ ਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿਚ ਲਾਜ਼ਮੀ ਗਣਿਤ ਪੜ ਸਕਦੇ ਹੋ, ਅਤੇ ਮੋਸਟ ਪਰੋਬੇਬਲੀ ਇਕ ਵਿਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਪਰ ਮੂਲ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ, ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਮੈਥੇਮੈਟਿਕਸ ਕਰਦੇ ਹੋ--ਯਾਂ ਇਹਦੇ ਬਾਰੇ ਕਦੇ ਕਦਾਂਈਂ ਆਪਣੇ ਵਰਗੇ ਕਿਸੀ ਹੋਰ ਨਾਲ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹੋ--ਤਾਂ ਸੋਚਦੇ ਤੇ ਪੰਜਾਬੀ ਵਿਚ ਹੀ ਹੋ। ਹਾਂ ਜ਼ਰੂਰ, ਤਕਨੀਕੀ ਟਰਮਜ਼ ਨੂੰ ਛੱਡ, ਆਮ ਵਰਤੋਂ ਵਿਚ ਆ ਗਏ ਫ਼ੋਰਣ ਫ਼ਰੇਜ਼ ਤੇ ਵਰਡਜ਼ ਵੀ ਯੁਜ਼ ਕਰਦੇ ਹੋ। ਬਸ ਇਸੀ, ਕਿਸੀ ਵੀ ਪੰਜਾਬੀ ਗਣਿਤਕਾਰ ਲਈ ਕੁਦਰਤੀ ਭਾਸ਼ਾ, ਵਿਚ ਹੀ ਮੈਂ ਇਹ ਲੇਖ ਲਿਖ ਰਿਹਾ ਹਾਂ। ਅੱਗੇ ਮੈਰੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਰਹੀ ਹੈ ਕਿ, ਜੋ ਪੰਜਾਬੀ ਨਹੀਂ ਜਾਣਦੇ, ਉਹਨਾਂ ਲਈ ਇਕ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਟਰਾਂਸਲੇਸ਼ਨ ਤਿਣ ਮਹੀਣਿਆਂ ਵਿਚ ਪੋਸਟ ਕਰ ਦੇਵਾਂ। ਦਰਅਸਲ, ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮੈਰਾ ਗਣਿਤ ਪੜਣ ਦਾ ਸ਼ੌਕ ਹੈ, ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵਿਚ ਤਾਂ ਇਜ਼ਾਫ਼ਾ ਹੀ ਹੋਏਆ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਦੀ ਮੈਂ ਪੰਜਾਬੀ ਪੋਲੀਸੀ ਅਪਣਾਈ ਹੈ!

(੫੦.੧੭) ਫ਼ੈਸ਼ਨ ਯਾਂ ਹੱਕਮਤ ਦੀ ਮਾਰ ਨਾਲ ਜੋ ਭਾਸ਼ਾ ਮਰਦੀ ਨਹੀਂ, ਉਹ ਹਾਵੀ ਭਾਸ਼ਾ ਤੋਂ ਤੱਗੜੀ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ! ਸੱਭ ਪੜੇ ਲਿਖੇ ਪੰਜਾਬੀ, ਮਸਲਣ ਜੋ ਪੰਜਾਬੀ ਟ੍ਰਿਬਿਊਣ ਪੁਰੀ ਪੜ ਤੇ ਸਮਝ ਸਕਦੇ ਹਨ - ਦੇਖੋ ਸਵਿੱਚਿਜ਼ ਐਂਡ ਫਿੰਗਰਜ਼ (ਚ) - ਉਹ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਯਕੀਨਣ ਜਾਨਦੇ ਹਨ। ਇੰਵੇ ਹੀ ਪੰਜਾਬੀ ਜੀ ਆਂਏਆਂ ਕਿਹੰਦੀ ਰਹੀ ਹੈ ਹਿੰਦੀ, ਸੰਸਕ੍ਰਿਤ, ਉਰਦੂ, ਫ਼ਾਰਸੀ, ਤੁਰਕੀ, ਵਗੈਰਾ ਨੂੰ। ਕਵੀਤਾ ਤੇ ਕਹਾਣੀਆਂ ਤਕ ਭਾਸ਼ਾ ਨੂੰ ਸੀਮਿਤ ਰਖਨਾਂ - ਜਿੰਵੇ ਕੇ ਭਾਰਤ ਦੇ "ਉਰਦੂ ਪ੍ਰੇਮੀ" ਇਸ ਨੂੰ ਸੀਮਿਤ ਰਖਣਾਂ ਚਾਹੰਦੇ ਹਨ - ਓਸ ਭਾਸ਼ਾ ਨੂੰ ਬਾਏ ਬਾਏ ਕਹਿਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਕੋਈ ਵੀ ਤਕਲੀਫ਼ ਨਹੀਂ ਹੋਈ ਮੈਂਨੂੰ, ਤੇ ਨਾਂ ਹੀ ਕਿਸੀ ਹੋਰ ਪੰਜਾਬੀ ਗਣਿਤਕਾਰ ਨੂੰ ਹੋਣੀ ਚਾਹਿਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਤੱਗੜੀ ਲੈਂਗੁਏਜ ਵਿਚ ਮੈਥੇਮੈਟਿਕਸ ਲਿਖਣ ਵਿਚ।

(੫੦.੧੮) ਗੁਰੂਆਂ ਅਤੇ ਭਗਤਾਂ ਦੀਆਂ ਬਾਣੀ ਵਿਚ ਸ਼ਾਮਿਲ ਰੱਚਨਾਵਾਂ ਪੰਜਾਬੀ ਅਤੇ ਦਰਜਨ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਰ ਭਾਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿਚ ਹਨ, ਪਰ ਸੱਭ ਉਹ ਟਾਈਮਾਂ ਦੀ (ਜਿੰਵੇਂ ਕਿ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਬਿੰਦੀਆਂ ਹਨ ਗੁਰਬਾਣੀ ਵਿਚ) ਗੁਰਮੁਖੀ ਲਿਖੀ ਵਿਚ। ਪੰਜਾਬੀ ਭਾਸ਼ਾ ਵੀ ਗੁਰਮੁਖੀ ਅਤੇ ਹੋਰ ਲਿਪੀਆਂ ਵਿਚ ਲਿਖੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਮਸਲਣ, ਇਹਦੇ ਸ਼ੇਕਸਪੀਅਰ ਵਾਰਸ ਸ਼ਾਹ ਦੀ ਹੀਰ ਸ਼ਾਹਮੁਖੀ ਵਿਚ ਹੈ, ਜੋ ਲਿਪੀ ਕਾਸ਼ ਮੈਂ ਤੇ ਚੜਦੇ ਪੰਜਾਬ ਦੇ ਤਕਰੀਬਣ ਸਾਰੇ ਬੰਦੇ ਨਹੀਂ ਜਾਣਦੇ। ਦੂਜੀ ਸਾਇਡ ਪੰਜਾਬੀ ਭਾਸ਼ਾ ਆਮ ਸ਼ਾਹਮੁਖੀ ਵਿਚ ਲਿਖੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਤੇ ਲੋਗ ਗੁਰਮੁਖੀ ਲਿਖੀ ਨਹੀਂ ਜਾਣਦੇ।

(੫੦.੧੯) ਸਾਡੀਆਂ ਸਭ ਲਿਪੀਆਂ ਕਾਫ਼ੀ ਫ਼ੋਨੈਟਿਕ ਹਨ। ਜੇ ਕੋਈ ਇਨਸਾਨ ਯਾਂ ਪਰੋਗਰਾਮ ਦੇ ਜਾਣਦਾ ਹੈ, ਕੋਈ ਤਕਲੀਫ਼ ਨਹੀਂ ਹੋਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਇਕ ਲਿਪੀ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਬਨਾਣ ਵਿਚ। ਕਿਉਂਕਿ, ਇਸਤਮਾਲ ਭਾਸ਼ਾ ਯਾਂ ਤਕਨੀਕੀ ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੇ ਮਤਲਬ ਦਾ ਬਿਲਕੁਲ ਕੋਈ ਰੋਲ ਨਹੀਂ ਏਥੇ, ਸਿਰਫ਼ ਉਹੀ ਆਵਾਜ਼ਾਂ ਦੂਜੀ ਲਿਪੀ ਵਿਚ ਦਿਖਾਈਆਂ ਹਨ। ਦਰਅਸਲ, ਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਜ਼ਿਆਦਾ ਗਿਆਣ ਯਾਂ ਸਪੈਲ-ਚੈਕਸ, ਸ਼ਬਦਕੋਸ਼ ਵਗੈਰਾ ਤਾਂ ਐਸੇ ਹਲਕੇ-ਫੁਲਕੇ ਐਪ ਨੂੰ ਨਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਭਾਰਾ ਪਰ ਖਰਾਬ ਕਰ ਦੇਣ ਗੇ।

(੫੦.੨੦) ਸ਼ਾਹਮੁਖੀ-ਸਿਖਣਾ ਵੀ ਚਿਰਾਂ ਤੋਂ ਮੇਰੀ ਇਨ-ਟਰੇ ਵਿਚ ਹੈ, ਤੇ ਨਾਂ ਹੀ ਇਸ ਦਰਮੀਆਨ ਮੈਨੂੰ ਕੋਈ ਅੱਛੀ ਟਰਾਂਸਲਿਟਰੇਸ਼ਨ ਐਪ ਦਿਖੀ ਹੈ। ਹਾਂ, ਇਕ ਭਾਰੀ-ਭਰਕੱਮ ਪਰੋਗਰਾਮ ਅੱਖਰ ਵਿਚ ਹੁਣ ਇਹ ਸੁਵੀਧਾ ਵੀ ਹੈ, ਪਰ ਜਦੋਂ ਮੈਂ ਉਹਦੇ ਨਾਲ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਦੀ ਬਣਾਈ ਸ਼ਾਹਮੁਖੀ ਤੋਂ ਵਾਪਸ ਗੁਰਮੁਖੀ ਬਣਾਈ ਤਾਂ ਅਜੀਬ ਹੀ ਬਣ ਗਏ ਉਹ : ਟੋਪੋਲੋਜੀ → ਟੂ ਪੋਲੋ ਜੀ, ਸਵੈਲੋਟੇਲ → ਸੋ ਯਲੋ ਟੇਲ, ਪਵਾਂਕਾਰੇ → ਪਵਾ ਨਕਾਰੇ ! ਪਰ ਸ਼ੁਕਰ ਹੈ ਬੀਓਰਮ → ਬਿਊਰਮ ਬਣ ਕਿ ਆਈ, ਸ਼ਾਇਦ ਐਸ ਲਈ ਕਿ ਇਹ ਸ਼ਬਦ ਕਿਸੀ ਪੰਜਾਬੀ ਸ਼ਬਦਕੋਸ਼ ਵਿਚ ਐਸ ਤਰਾਂ ਦਰਜ ਹੈ ? ਇਹ ਲਿੰਕਡ ਪਰਚੇ ਵਿਚ ਹੈ ਕੁਝ ਸਾਲ ਪਹਲਾਂ ਦਾ ਮੇਰਾ ਤਜਰਬਾ ਸਾਡੇ ਸ਼ਬਦਕੋਸ਼ਾਂ ਦਾ, ਤੇ ਪਹਲੇ ਲਿੰਕਡ ਪਰਚੇ ਵਿਚ ਕਿ ਕਿਸ ਤਰਹਾਂ ਅਸੀ ਸੰਭਾਲ ਰਹੇ

ਹਾਂ ਕੁਝ ਕਿਸਮਤ ਨਾਲ ਹੀ ਬਚੇ ਤੇ **ਕੋਹੀਨੂਰ ਤੋਂ ਵੀ ਕੀਮਤੀ ਰੀਕੋਰਡ**।

(੫੦.੨੧) ਟਰਾਂਸਲੇਸ਼ਨ ਇਕ ਭਾਸ਼ਾ ਤੋਂ ਦੂਜੀ ਵਿਚ - ਭਾਂਵੇ ਦੋਨੋ ਇਕੋ ਲਿਪੀ ਵਿਚ ਹੀ ਨਾ ਹੋਨ, ਅਤੇ ਭਾਂਵੇ ਅਨੁਵਾਦਕ ਦੋਆਂ ਦਾ ਮਾਹਿਰ ਹੀ ਨਾ ਹੋਵੇ - ਓਖਾ ਕਮ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਮਸਲਨ, ਹੈ ਕੋਈ ਜੋ ਦੇ ਸਕਦੈ ਮੈਂਨੂੰ ਪੁਰਾ ਸਹੀ ਤਰਜਮਾ ਓਹ **ਸਰਕਾਰ ਖਾਲਸਾ** ਦੇ ਖਜ਼ਾਨਾ ਦਫਤਰ ਦੇ ਫਾਰਸੀ **ਸਿਆਕਤ** ਤੇ ਸ਼ਿਕਾਸਤਾ ਹੱਥ ਵਿਚ ਲਿਖੇ ਦਸਤਾਵੇਜ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋ ਉਤਲੇ ਕੋਹੀਨੂਰੀ ਪਰਚੇ ਨਾਲ ਅਟੈਚਡ ਹਣ?

(੫੦.੨੨) ਯਾਦ ਰਖਦੇ ਕਿ ਸਪੁਟਨਿਕ ਤੋਂ ਝਟ ਬਾਦ ਕੁਝ ਰੂਸੀ ਵਿਚ ਲਿਖੇ ਗਣਿਤ ਦੇ ਪਰਚੇਆਂ ਦੇ ਕਾਫੀ ਮਜੇਦਾਰ ਤਰਜਮੇ ਛਾਪੇ ਸੀ **ਏ ਐਮ ਐਸ** ਨੇ, ਮੈਂ ਤੇ ਆਪਣੇ ਪੰਜਾਬੀ ਵਿਚ ਲਿਖੇ ਗਣਿਤ ਦੇ ਅਨੁਵਾਦ ਦਾ ਕਮ ਇਸ ਭਲੇ ਅਦਾਰੇ ਤੇ ਨਹੀਂ ਛੱਡਣ ਵਾਲਾ! ਬੋਰਿੰਗ ਤੇ ਹੈ ਟਰਾਂਸਲੇਸ਼ਨ ਕਰਨਾ ਪਰ ਬੇਹਤਰ ਹੈ ਮੈਰੇ ਖਿਆਲ ਵਿਚ ਕਿ ਇਹ ਕਮ ਵੀ ਖੋਜੀ ਖੁਦ ਹੀ ਕਰ ਲਵੇ।

(੫੦.੨੩) ਮੈਂ ਬਹੁਤ ਹੀ ਅੱਭਾਰੀ ਹਾਂ **ਲਾਏਬਰਰੀ ਜੈਨੇਸਿਸ** ਦਾ। ਮੈਂਨੂੰ ਇਹ ਗਲ ਬਿਲਕੁਲ ਸਮਝ ਨਹੀਂ ਆਂਦੀ ਕਿ ਜੋ ਨੇਕ ਲੋਗ ਇਹ ਸੇਵਾ ਹਰ ਰੋਜ਼ ਹਜ਼ਾਰਾਂ ਹੀ ਖੋਜੀਆਂ ਦੀ ਕਰ ਰਹੇ ਹਨ ਇੰਟਰਨੈਟ ਤੇ, ਓਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇਕ ਨੋਬਲ ਸ਼ਾਂਤੀ ਪੁਰਸਕਾਰ ਅਜੇ ਤਕ ਵੀ ਕਿਓਂ ਨਹੀਂ ਦਿਤਾ ਗਿਆ ਹੈ?

(੫੦.੨੪) **ਉਤੇ (੫੦.੧੭) ਵਿਚ ਲਿੰਕਡ ਪਰਚੇ ਚ ਹੋਰ ਬਹੁਤ ਨਿਕ-ਸੁਕ ਵੀ ਹੈ!** ਜਿੰਦੇ ਐਸ ਦੇ (ਠ) ਵਿਚ ਯਾਦ ਹੈ ਇਕ ਮੇਰੇ ਪੁਰਾਣੇ ਤੇ ਚਹੇਤੇ **ਹਾਇਰ ਹੈਵਡ ਇਨਇਕੁਐਲਟੀ ਕੋਨਜੈਕਚਰ** ਦੀ। ਸਣ ੨੦੧੮ ਦਸੰਬਰ ਵਿਚ **ਕਲਾਈ** ਦੇ ਬਲੋਗ ਤੇ ਸਣਸਣੀ ਖਬਰ ਛਪੀ ਹੈ ਕਿ **ਅਦੀਪਰਾਸੀਤੋ ਨੇ ਇਹ ਹੁਣ ਸਿਧ ਕਰ ਦਿਤਾ ਹੈ!** ਡੀਟੇਲਜ਼ ਤਾਂ ਮੈਂ ਅਜੇ ਨਹੀਂ ਪੜੀਆਂ, ਪਰ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਾਫੀ ਸਾਧਣ ਤੇ ਬਲ ਦੇ ਨਾਲ ਹੀ ਢਾਏਆਂ ਹੈ ਕਰੀਮ ਨੇ ਇਸ ਜਟਿਲ ਪਰੋਬਲਮ ਨੂੰ : **ਵਧਾਈਆਂ ਤੈਠੂੰ ਫੇਰ ਜਵਾਨਾਂ!**

(੫੦.੨੫) **ਜੁਲਾਈ ੨੨ ੨੦੧੯ ਨੂੰ ਐਸ ਵੈਬਸਾਇਟ ਦੇ ਦਸ ਸਾਲ ਹੋ ਜਾਣਗੇ**, ਤੇ ਜਾਪਦੈ ਕਿ ਬਾਰਾਂ ਹਜ਼ਾਰ ਤੋਂ ਵਧ ਬੰਦੇ ਯਾਂ ਬੋਟ ਇਹਨੂੰ ਵਿਜ਼ਿਟ ਕਰ ਚੁਕੇ ਹਨ! ਬਾਵਜੂਦ ਯਾਂ ਫੇਰ ਸ਼ਾਇਦ ਐਸ ਲਈ ਕਿ, ਰੱਬ ਦੀ ਬੜੀ ਮਹਿਰ ਨਾਲ ਇਹ ਅਜੇ ਵੀ "ਅੰਡਰ ਕੋਨਸਟਰਕਸ਼ਨ" ਹੈ।

(੫੦.੨੬) ਗੱਪਾਂ-ਸ਼ੱਪਾਂ ਮਾਰਦੇ "ਇਤਿਹਾਸਕਾਰ" ਵੀ ਸਾਡੇ ਥੋਕ ਵਿਚ ਹਨ, ਪਰ ਮੇਰੀ ੧੯੧੫ ਦੇ ਇਕ ਕਿੱਸੇ ਤੇ **ਪੜਤਾਲ** ਤੇ ਓਹ (੫੦.੨੦-੨੧) ਵਾਲੇ **ਕੋਹੀਨੂਰੀ ਪਰਚੇ** ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ : **ਸਖੱਤ ਲੋੜ ਹੈ ਪੰਜਾਬ ਨੂੰ ਇਕ ਜਵਾਨ, ਅਕਲਮੰਦ ਤੇ ਮਹਿਨਤੀ ਇਤਿਹਾਸਕਾਰ ਦੀ!**

(੫੦.੨੭) ਪਰ ਨੋਟ **ਪਵਾਂਕਾਰੇ ਤੇ ਮੈਰਾ ਸੈਮੀਨਾਰ**, ਤੇ ਓਸ ਚੋਂ ਨਿਕਲੇ ਪਰਚੇ, ਸਿੱਧਾ ਗਣਿਤ--ਨਾਂ ਕਿ ਇਹਦੀ ਹਿਸਟਰੀ--ਤੇ ਕਮ ਹੈ, ਕਮ ਕਰਦੇ ਗਣਿਤਕਾਰਾਂ ਲਈ।

(੫੦.੨੮) ਮਹਿਨਤ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ **ਸੈਟ ਥੀਓਰੈਟਿਕ ਜਾਰਗੋਨ ਤੇ ਮੌਡਰਨ ਰੀਗਰ ਦੀ ਮਿਥ ਭੁਲਣਾ ਵੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਕਿਸੀ ਪੁਰਾਣੇ ਤੋਂ ਕੁਝ ਨੰਵਾਂ ਸਿਖਣਾਂ ਚਾਂਹਦੇ ਹਾਂ**। ਮਸਲਣ, ਐਬਸਟਰੈਕਟ ਗਰੂਪਾਂ ਦੀ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿਚ ਲੈਫਟ ਤੇ ਰਾਇਟ ਕੋਜ਼ੈਟ ਬਰਾਬਰੀ ਦੇ ਵਿਚਾਰ ਹਨ, ਸੇ ਮੈਠੂੰ **ਯੌਰਦਾਂ** ਦੀ "ਤਰੇਤੇ" ਵਰਕੇ ੨੫੭ ਦੀ ਥੀਓਰਮ ਦੇ ਪਰੂਫ ਤੇ ਸ਼ਕ ਪੈਣਾ ਸ਼ੂਰਾ ਹੋ ਗਿਆ। ਪੂਰੇ ਦੇ ਦਿਣ ਬਾਦ ਚਾਣਨ ਪਿਆ ਕਿ ਇਹ ਬਰਾਬਰੀ ਬੇਕੁਦਰਤੀ ਭਾਸ਼ਾ ਕਰ ਹੈ, ਕੁਦਰਤੀ ਸ਼ਬਦ ਹੈ ਸਬਗਰੂਪ ਦੇ ਓਰਬਿਟ, ਖੱਬਾ ਤੇ ਸੱਜਾ ਨਿਰਾ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਓਹੀ ਪਰਮੂਟੇਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਕੋਮਪੋਜ਼ੀਸ਼ਨ ਨੂੰ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ **fg** ਯਾਂ **gf**।

(੫੦.੨੯) **ਆਰਨੋਲਡ ਦੀ "ਕੋਟੋਸਟਰੋਫ ਥੀਓਰੀ"** ਵਿਚ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਉੱਤਮ ਨੰਵੇਂ ਗਣਿਤ ਦੇ ਹਨ ਓਹਦੇ ਵਿਚਾਰ ਐਸ ਜਾਰਗੋਨ, ਮਿਥ, ਪਵਾਂਕਾਰੇ, ਪੜਣ-ਪੜਾਣ ਆਦਿ ਤੇ। ਬੜੀ ਖੁਸ਼ ਕਿਸਮਤੀ ਨਾਲ ਚੌਦਾਂ ਸਾਲਾਂ ਤੋਂ ਮੈਂ ਤਾਂ ਆਪਣੀ ਹੀ ਕਲਾਸ ਲੈ ਰਿਹਾ ਹਾਂ--ਵਿਰਲੇ ਹੀ ਮਿਲਦੇ ਹਨ ਮੌਕੇ ਹੋਰਾਂ ਦੇ ਗਿੱਟੇ ਝਾੜਣ ਦੇ!--ਪਰ ਮੈਥ ਸਿਖਣ-ਸਿਖਾਣ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਤੇ ਮੈਰਾ ਖੁਦ ਦਾ ਫਲਸਫਾ ਤੌਹਾਨੂੰ ਪੁਰਾ ਮਿਲ ਜਾਊ ਹੇਠਲੇ ਦਸ ਸਾਲ ਪੁਰਾਣੇ ਪਰਚੇ ਦੇ ਸੱਭ ਤੋਂ ਸੌਖੇ ਦੇ ਸੱਫੇਆਂ ਤੇ, ਪੜੋ **ਇਨਟਰਮਿਸ਼ਨ**।

(੫੦.੩੦) **੨੧੩,੧੬ ਏ ਐਂਡ ਮੈਥੇਮੈਟਿਕਸ** ਮੈਰੇ ਉੱਤਮ ਪਰਚੇਆਂ ਚੋਂ ਹੈ। ਇਹਦੇ ਵਿਚ ਜ਼ਿਕਰ 'ਨੋਟਸ' ਮੈਂ ਆਖਰ ਨਹੀਂ ਲਿਖੇ ਸਨ, ਅਤੇ ਨਾਂ ਹੀ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ ਇਹਨੂੰ ਸੱਮਝਨ ਲਈ। ਪਰ ਇਸ ਦੀ ਦਿਖ ਦੇ ਬਾਵਜੂਦ, ਇਹ ਗਣਿਤ ਦਾ ਕਾਫੀ ਡੀਪ ਪਰਚਾ ਹੈ, ਤੇ ਹਰ ਗਣਿਤਕਾਰ ਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ ਕਿ ਗਣਿਤ ਦੇ ਇਕ ਪੱਠੇ ਨੂੰ ਵੀ ਸਮਝਣ ਲਈ ਕਈ ਵਾਰ ਕਿਣੇ ਹੀ ਦਿਨ ਲਗ ਸਕਦੇ ਹਨ।

(੫੦.੩੧) **ਮੈਥੇਮੈਟਿਕਸ ਬਹੁਤ ਵਿਸ਼ਾਲ ਹੈ, ਪਰ ਹੈ ਇਕ!** ਉਤਲੇ ਪਰਚੇ ਵਿਚ ਕੁਝ ਨੰਬਰ ਥੀਓਰੀ ਵੀ ਸੀ। ਅਤੇ **ਬੀਜ ਗਣਿਤ ਦਾ ਮੂਲ ਮਸਲਾ** ਵਿਚ ਅਸੀਂ ਐਸ ਦੀ **ਮੋਬੀਅਸ ਬੈਲਕੋਨੀ** ਨੂੰ ਸਕੂਲੀ ਅਲਜਬਰੇ

ਨਾਲ ਬੰਧ ਚੁਕੇ ਹਾਂ। ਅੱਗੇ ਆਪਾਂ ਦੇਖਾਂਗੇ, ਜਿੰਦੇ ਇਹ ਕਹਾਣੀ ਚੱਲੇਗੀ, ਕੀ ਏਹੀ ਪਰਚੇ ਦੀ ਫ਼ੋਰ ਹਾਫ਼ ਟੌਰਨਜ਼ ਟਾਈਲਿੰਗ ਹਲ ਕਰਦੀ ਹੈ ਹਰ ਡਿਗਰੀ ਚਾਰ ਇਕੁਏਸ਼ਨ ਨੂੰ ਇਲਿਪਟਿਕ ਫ਼ੰਕਸ਼ਨ ਨਾਲ। ਅਤੇ ਕੁਝ ਐਂਵੇ ਹੀ, ਮੈਜਿਕ ਕਾਰਪਿਟ ਵਾਲੀ ਹਰ ਡਿਗਰੀ ਪੰਜ ਇਕੁਏਸ਼ਨ ਨੂੰ, ਵਗੈਰਾ।

(੫੦.੩੨) ਇਸੀ ੨੦੧੦ ਦੇ ਪਰਚੇ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿਚ ਮੈਂ ਤੇ ਸਮਝੋ ਮੇਰੀ ਓਲਟਰ ਈਗੋ - ਇਹਨਾਂ ਦੋਆਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਦੇ ਨਿੱਕੀਆਂ ਪਿਆਰੀਆਂ ਭੈਣਾਂ ਤੇ ਇਹਨਾਂ ਤੋਂ ਵੀ ਨਿੱਕਾ ਪਰ ਬਹੁਤ ਹੀ ਅਜੀਬਗਰੀਬ ਬਿੰਗ ਵੀ ਹੈ ਇਸ ਸਰਾਸਰ ਸੱਚੀ ਸ਼ੋਰਟ ਸਟੋਰੀ ਵਿਚ - ਮੋਬੀਅਸ ਸਟਰਿਪ ਦੀ ਹੋਂਦ ਉੱਤੇ ਸ਼ਕ ਕਰਦੇ ਕਰਦੇ ਫ਼ੋਰ ਇਕ ਬਾਰ ਮੈਥੈਮੈਟਿਕਸ ਦੀ ਇਕ ਮੂਲ ਸਚਾਈ ਨੂੰ ਚੇਤੇ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਤੇ ਬਿੰਗ ਕਾਰਣ ਹੀ ਜਦੋਂ ਅਰਾਵਿੰਦਾ ਨੇ ਮੈਨੂੰ ੨੦੧੯ ਚ ਪੁਛਿਆ ਕੀ ਕਿ ਓਹ ਇਹ ਪਰਚੇ ਨੂੰ ਅਪਣੇ ਰਸਾਲੇ ਭਾਵਣਾ ਵਿਚ ਛਾਪ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਮੈ ਕਿਹਾ ਹਾਂ ਪਰ ਸ਼ੀਰਸ਼ਕ ਦੀ ਐਲਵਜ਼ ਓਫ਼ ਮੈਥੈਮੈਟਿਕਸ ਬੇਹਿਤਰ ਹੋਵੇਗਾ!

(੫੦.੩੩) ਮੇਰੇ ੨੦੦੮ ਦੇ ਐਕਸਟਰੈਕਟਸ 'ਚ ਇਕ ਹੋਰ ਮਜੇਦਾਰ ਕਹਾਣੀ ਸੀ। ਇਕ ਇਸਕੰਦਰੀਆ ਦੇ ਹੀਰੋ ਬਾਰੇ, ਜਿਹਨੇ ਰੋਮ ਜਾਕੇ, ਵਰਜਿਲ ਦੀ ਕਵੀਤਾ ਸਹਾਰੇ, ਕਾਰਥੇਜ ਦੀ ਰਾਣੀ ਡੀਡੋ ਨੂੰ ਸਦਾ ਲਈ ਗਣਿਤ ਨਾਲ ਜੋੜ ਦਿਤਾ। ਅਤੇ ਕਿੰਦੇ ਇਹ ਕਹਾਣੀ ਜੁੜੀ ਹੈ ਫ਼ੋਰ ਹਾਫ਼ ਟੌਰਨਜ਼ ਤੇ ਇਕ ਛੇਤਰਫਲ ਕੱਡਣ ਦੇ ਗਲਤ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਵੀ ਤੁਸੀ ਪੜ ਸਕਦੇ ਹੋ ਇਸੀ ਪਰਚੇ ਵਿਚੋਂ।

(੫੦.੩੪) ਯੌਰਦਾਂ ਆਪਣੀ ੧੮੭੦ ਦੀ "ਤਰੇਤੋ" ਦੇ ਪਰੇਫ਼ਾਸ ਵਿਚ ਇਸ ਸ਼ਾਹਕਾਰ ਕਿਤਾਬ ਨੂੰ ਬੜੀ ਹੀ ਹਲੀਮੀ ਨਾਲ ਗਾਲਵਾ ਦੇ ਵਿਚਾਰਾਂ ਤੇ ਕੋਮੈਂਟਰੀ ਦਸਦਾ ਹੈ, ਦਸੱਣ ਤੋਂ ਬਾਦ ਸਾਨੂੰ ਕਿ ਗਾਲਵਾ ਨੇ ਖੁਦ ਆਪਣੇ ਗਰੁਪਾਂ ਦੀ ਇਕ ਹੋਰ ਨਵੀਂ ਆਕਰਸ਼ਕ ਐਪਲੀਕੇਸ਼ਨ ਵੀ ਦਿਤੀ ਸੀ। ਤਰੇਤੋ ਦੀ ਤੀਸਰੀ ਲੀਵਰ ਯਾਂ ਪੇਜ ੨੫੩ ਤੋਂ ਹੀ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਗਾਲਵਾ ਥੀਉਰੀ, ਇਕੁਏਸ਼ਨਜ਼ ਦੇ ਇਹ ਗਰੁਪਸ ਨਾਲ, ਅਲਜਬਰਿਕ ਤੇ ਮੌਨੋਡਰੋਮੀ ਦੋਨੋ, ਦੇਖੋ ਸਫ਼ਾ ੨੫੮ ਤੇ ੨੭੭। ਤੇ ਫ਼ਟਾਫ਼ਟ ਇਸ ਨਵੇਂ ਆਕਰਸ਼ਕ ਰਾਹ, ਜਿਸ ਤੇ ਪਹਲਾਂ ਹੀ ਤੁਰ ਪਏ ਸੀ ਅਰਮੀਤ, ਕਰੋਨੈਕਰ, ਕਲੈਬਸ ਤੇ ਕਈ ਹੋਰ, ਦੀ ਪੂਰੀ ਸੈਰ ਕਰਵਾਂਦਾ ਹੈ ਸਾਨੂੰ ਯੌਰਦਾਂ। ਕਮਾਲ ਦਾ ਬਲ ਦਿਖਾਂਦਾ - ਦੇਖੋ ਖਾਸ ਕਰ ਵਰਕੇ ੩੫੪ ਤੋਂ ਇਸ ਲੀਵਰ ਦੇ ਅੰਤ ਤਕ - ਇਹ ਜਵਾਨ ਓਹ ਸਭ ਸਿਆਣੇਆਂ ਦੇ ਨਤੀਜੇ ਇਕ ਤੋਂ ਬਾਦ ਇਕ ਫ਼ੋਰ ਗਰੁਪਸ ਦੇ ਨਾਲ ਸਿਧ ਕਰਣ ਤੋਂ ਬਾਦ, ਯਕਦਮ, ਪੇਜ ੩੮੦ ਤੇ, ਇਹ ਹੀ ਗਰੁਪਸ ਇਸਤਮਾਲ ਕਰਦਾ, ਆਖਰ ਲੱਭ ਹੀ ਲੈਂਦਾ ਹੈ, ਤਰੀਕਾ ਕਿਸੀ ਵੀ ਇਕੁਏਸ਼ਨ ਨੂੰ ਹਲ ਕਰਣ ਦਾ ਹਾਈਪਰਬੋਲਿਪਟਿਕ ਪੀਰਅਡਸ ਰਾਹੀਂ!

(੫੦.੩੫) ਕਾਸ਼ ਨਹੀਂ ਮਿਲੂ ਤਕਰੀਬਣ ਉਤਲਾ ਕੁਝ ਵੀ ਅਜ ਦੀ ਕਿਸੀ ਗਾਲਵਾ ਥੀਉਰੀ ਦੀ ਟੈਕਸਟ ਬੁਕ ਵਿਚ! ਪਰ ਹਾਂ, ਗਲ ਮੰਨੋ, ਜੋ ਅਕਸਰ ਇਹ ਸਭ ਬੁਕਾਂ ਵਿਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਓਹ ਸਭ ਵੀ ਹੈ ਇਹ ੧੮੭੦ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਵਿਚ, ਸਿਰਫ਼ ਨਹੀਂ ਲਿਖੇਆ ਹੈ ਸੈਟ-ਥੀਓਰੈਟਿਕ ਜਾਰਗੋਨ ਵਿਚ।

(੫੦.੩੬) ਕਿੱਣੀ ਵਾਰ ਮੈਂ ਸੀਕਵੈਂਸ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਤਕਰੀਬਣ ਸਭ ਐਂਟਰੀਜ਼ ਜ਼ੀਰੋ ਹਨ ਦੀ ਵੈਕਟਰ ਸਪੇਸ \mathbb{R}^∞ ਦੀ ਗਲ ਕੀਤੀ ਹੈ, ਪਰ ਇਹਦੇ ਭਿਣ ਬੋਲਜ਼ B^∞ ਦੇ ਗੇਜਾਂ ਤੋਂ ਉਤਪਣ ਲਾਬੇਗ, ਬਾਨਾਖ ਆਦਿ ਦਿਆਂ ਸੀਕਵੈਂਸ ਸਪੇਸਿਸ ਨੂੰ ਅਜੇ ਹਥ ਨਹੀਂ ਪਾਏਆ। ਸੱਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਤੇ ਕੁਦਰਤੀ ਹੈ ਫ਼ਰੈਸ਼ੇ ਦੀ ਸਪੇਸ F ਸਾਰੇ ਰੀਅਲ ਸੀਕਵੈਂਸਿਸ ਦੀ, ਟੋਪੋਲੋਜੀ ਓਫ਼ ਟਰਮਵਾਇਜ਼ ਕੌਣਵਰਜੈਂਸ ਨਾਲ। F ਵਿਚ \mathbb{R}^∞ ਡੈਂਸ ਹੈ:- ਕੋਈ ਸੀਕਵੈਂਸ $s \in F$ ਹੈ ਲੀਮਿਟ ਓਹਦੀਆਂ ਟਰੰਕੇਸ਼ਨਜ਼ $s_n \in \mathbb{R}^n$ ਦਾ। \square F ਦੀ ਟੋਪੋਲੋਜੀ ਨੂੰ ਡੀਫ਼ਾਇਨ ਕਰਦੇ ਟਰਾਂਸਲੈਸ਼ਣ ਇਨਵੇਰੀਐਂਟ ਡਿਸਟੈਂਸ d ਵੀ ਹਨ:- ਮਸਲਨ $d(s, t) = \sum 2^{-n} \frac{|s_n - t_n|}{1 + |s_n - t_n|}$ । \square ਬੇਸ਼ਕ F ਲੋਕਲੀ ਕੌਨਵੈਕਸ ਟੀ ਵੀ ਐਸ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਓਹਦੀ ਟੋਪੋਲੋਜੀ ਡੀਫ਼ਾਇਨ ਕਰਦੇ ਹਨ ਸੈਮੀ ਨੌਰਮਜ਼ $s \mapsto |s_n|$, ਬੋਲ $B^\infty = \{s : d(0, s) < 1\}$ ਕੌਨਵੈਕਸ ਨਹੀਂ, ਕਿਉਂਕਿ ਫ਼ੋਰ ਓਹਦਾ ਗੇਜ ਨੌਰਮ ਹੋਊ, ਪਰ F ਦਾ ਕੋਈ ਕੌਨਟੀਨੁਅਸ ਨੌਰਮ ਨਹੀਂ:- ਤੱਦ ਹੋਣਗੇ ਨੌਰਮ 1 ਦੇ $u_n \in F$ ਜਿਹਨਾਂ ਦੀ ਸਿਰਫ਼ n ਥ ਐਂਟਰੀ ਨੌਨਜ਼ੀਰੋ ਹੈ, ਪਰ u_n ਦੀ F ਵਿਚ ਲੀਮਿਟ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। \square

(੫੦.੩੭) ਤਿਣ ਸਰਲ ਸਿਧਾਂਤ--ਇੰਟਰਮੀਡੀਏਟ ਵੈਲੀਊ ਥੀਓਰਮ, ਟਾਈਲਾਂ ਦੀ ਲੋਕਲ ਫ਼ਿਟਿੰਗ ਸਹੀ, ਅਤੇ S^2 , \mathbb{R}^2 ਯਾਂ B^2 ਦਾ ਸਿਮਪਲੀ ਕੌਨੈਕਟਿਡ ਹੋਣਾ--ਨਾਲ ਹੀ ਬਣਾ ਲਿਤੀਆਂ ਸਣ ਅਸੀਂ ਓਸ ੨੦੧੦ ਦੇ ਪਰਚੇ ਵਿਚ ਰੈਗੁਲਰ ਟਾਈਲਿੰਗਜ਼ (ਸੋ ਗਰੁਪਸ) ਦੀਆਂ ਫ਼ੌਜਾਂ! ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਚਾਂਹਦੇ ਹਾਂ ਕਿ, ਕੋਈ ਦੋ ਜੁੜਵੀਆਂ ਟਾਈਲਾਂ ਦਾ ਯੁਨੀਅਣ ਸਮਿਟਰਿਕ ਹੋਵੇ ਸਾਂਝੀ ਬਾਂਹ ਦੇ ਅਧ-ਬਿੰਦੂ ਗਿਰਦ, ਪਰ, ਹੁਣ ਸ਼ੁਰੂਆਤੀ ਸਰਕਲ ਉੱਤੇ ਦਿੱਤੇ $p \geq 3$ ਵਰਟੇਸਿਜ਼ ਆਰਬਿਟਰਰੀ ਹਨ। ਓਹੀ ਤਿਣ ਸਿਧਾਂਤਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੇਵੇ ਗੀ ਸਾਣੁ ਹੁਣ, ਹਰ p ਦੇ ਗੁਣਜ਼ q ਲਈ, ਸ਼ੁਰੂਆਤੀ ਡਾਟਾ ਨਾਲ ਕੌਨਟੀਨੁਅਸਲੀ ਹਿਲਦੀ ਐਸੀ ਟਾਈਲਿੰਗ $\{p, q\}$ । ਅੱਗੇ $\{3, 3\}$, $\{3, 6\}$ ਤੇ $\{4, 4\}$ ਨੂੰ ਛੱਡ ਇਹ ਸਭ ਰੈਲੇਟਿਵਿਸਟਿਕ ਹਨ.

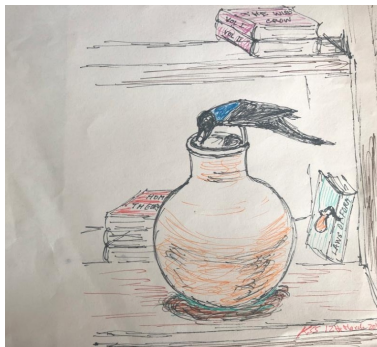
ਯਾਣ ਕਿ, ਇਕ ਹਿਲਦੀ ਰੇਡੀਅਸ $c < \infty$ ਦੀ ਡਿਸਕ B^2 ਦਿਆਂ ਟਾਈਲਿੰਗਜ਼ ਹਨ।

(੫੦.੩੮) ਜਦੋਂ $\{n, n\}$ ਟਾਈਲਿੰਗ ਦੇ ਬੀਜ ਪੋਲੀਗਨ ਦੀ ਇਕ ਭੁਜਾ ਵਿਆਸ ਹੈ ਤਾਂ ਐਸ ਤੇ ਗਵਾਂਡਨ ਟਾਇਲ ਐਂਟੀਪੋਡਲ ਹੈ, ਸੋ ਇਹ ਦੋਆਂ ਦਾ ਜੋੜ--ਇੰਡੈਕਸ ਦੋ ਪੀਰੀਅਡ ਸਬਗਰੁਪ ਦਾ ਇਕ $2(n-1)$ -ਗੋਨਲ ਫੰਡਾਮੈਂਟਲ ਰੀਜਨ--ਵੀ S^1 ਵਿਚ ਇਨਸਕਰਾਇਬਡ ਹੈ। ਪੀਰੀਅਡ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਕੋਈ ਵੀ ਜੋੜ ਦਿਆਂ ਆਮਨੇ ਸਾਮਨੇ ਦਿਆਂ ਭੁਜਾਂਵਾਂ ਆਈਡੈਨਟੀਫਾਈ ਕਰਦੇ ਦਿੰਦੇ ਹਨ ਟੋਰਸ $n = 4$ ਲਈ, ਜੀਨਸ ਦੋ ਦਾ ਸਰਫੈਸ $n = 5, 6$ ਲਈ, ਜੀਨਸ ਤਿਨ $n = 7, 8$ ਲਈ, ਵਗੈਰਾ।

(੫੦.੩੯) ਜਮੈਟਰਿਕ ਥੀਓਰੀ ਇਕੁਏਸ਼ਨਜ਼ ਦੀ ਸ਼ਾਇਦ ਡਿਗਰੀ ਤਿਣ ਤੋਂ ਹੀ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤੇ ∞ ਨੂੰ ਮੁਮਕਿਣ ਰੂਟ ਮੰਨਣ ਤੋਂ ਬਾਦ। ਆਫ਼ਾਇਣ ਰੀਅਲ n -ਸਵੈਲੋਟੈਲ ਦੀ ਦਿੱਤੀ ਇਕੁਏਸ਼ਨ ਦੇ ਅਗਿਆਤ ਰੂਟਾਂ ਨੂੰ ਕੇਅਲੀ-ਮਾਪਣ ਦਾ ਕੰਮ ਕਰਦੇ ਹਨ ਜੇਬ ਤੋਂ ਪਾਏ ਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਦੋ ਨੰਵੇਂ ਰੂਟ ਜਿਹਣਾਂ ਨੂੰ ਆਪਾਂ ਆਖਾਂਗੇ $0, 1$ ਤੇ ਤਿਜਾ ∞ ਦੂਰ ਬਹੁਤ ਦੂਰ ਸਾਰੇਆਂ ਨੂੰ ਸੀਕਲਿਕਲੀ ਘੁਮਾਂਣ ਦਾ। ਮੋਬੀਅਸ ਜਮੈਟਰੀ ਹੈ ਹੁਣ ਪੂਰੀ, ਮਤਲਬ ਸਕੂਲ ਦੀਆਂ ਓਹ ਰੈਸੀਪਰੋਕਲ ਰੂਟਸ ਵਾਲੀਆਂ ਇਕੁਏਸ਼ਨਜ਼ ਵੀ ਪਲੇ ਵਿਚ ਹਨ ਜੋ ਅਪ-ਡਾਉਣ ਪਵਾਂਕਾਰੇ ਡੂਐਲਟੀ ਦੇਣ ਗਿਆਂ। ਜਦੋਂ ਇਹ ਸਪੇਸ਼ਲ ਇਕੁਏਸ਼ਨ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਰੀਜਿਡਟੀ ਵਰਤਦੇ ਪਲੇਨ ਦੀ ਮੋਬੀਅਸ ਜਮੈਟਰੀ ਅੰਦਰ ਤੱਕਦੇ ਹਾਂ, ਰੂਟਾਂ ਦਾਂ $(3+n)$ -ਗੋਨ ਸਪੈਸ਼ਲ ਹੈ ਨੋਟ (੫੦.੩੮) ਦੇ ਅਰਥਾਂ ਵਿਚ, ਹੋਰੀਜ਼ੋਂਟਲ ਵਿਆਸ ਇਕ ਭੁਜਾ ਜੋ ਹੋਈ। ਤੇ ਜੋ ਟਾਈਲਿੰਗ ਦਿਆਂ ਹਾਫ਼-ਟਰਨਜ਼ ਦੇ ਈਵਨ ਕੋਮਪੋਜ਼ੀਸ਼ਨਜ਼ ਤੋਂ ਬਣੇਆ ਇਨਡੈਕਸ ਦੋ ਗਰੁਪ ਨਾਲ ਤਕਸੀਮ ਦੇ ਕਰ ਸਰਫੈਸ ਬਣਦਾ ਹੈ ਓਹਦਾ ਪਹਲਾ ਬੈਟੀ ਨੰਬਰ ਹੈ ਇਕੁਏਸ਼ਨ ਤੋਂ ਬਣਾਏ ਇਕ ਇਣਟੀਗਰਲ ਦੀ ਡਾਈਮੈਨਸ਼ਨਲ ਐਮਬਿਗੁਏਟੀ। ਹੋਮੋਲੋਜੀ ਤੋਂ ਗਹਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ ਇਹਦੇ ਕੋਸ਼ੀ ਪੀਰੀਅਡਸ ਦਾ ਵੈਕਟਰ ਬੇਸਿਸ : ਆਪਾਂ ਕੋਮਪੀਊਟ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਇਹਣਾਂ ਤੋਂ ਹਾਈਪਰਬੋਲਿਕ ਟਰਾਂਸਲੇਸ਼ਨਜ਼ ਜੋ ਫਿਕਸ ਕਰਦੇ ਹਨ ਯੂਨਿਟ ਸਰਕਲ ਅੰਦਰ ਡਬਲਡ $2(2+n)$ -ਪੋਲੀਗਣ, ਸੋ ਉਤਲਾ ਅੱਧਾ $(3+n)$ -ਗੋਨ ਵੀ, ਸੋ ਅਗਿਆਤ n ਰੂਟ।

(੫੦.੪੦) ਐਸ ਸੰਪਰਭ ਯਾਦ ਆਂਦਾ ਹੈ ਅੱਤੀਯਾਹ ਦਾ ਕੱਥਣ ਕਿ ਹੋਰਾਂ ਨਾਲ ਉਸਾਰੀ ਓਹਦੀ ਡੂੰਗੀ ਇਣਡੈਕਸ ਥੀਓਰੀ ਦਰਅੱਸਲ ਕੋਸ਼ੀ ਇਣਟੀਗਰਲ ਫੋਰਮੂਲਾ ਹੀ ਹੈ! ਓਹਦੇ ਆਖਰੀ ਪੱਰਚੇਆਂ ਵਿਚ ਹਨ ਕਈ ਹੋਰ ਐਸੇ ਟੋਟਕੇ ਜੋ ਮਦਦਗਾਰ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਸੋ ਮੈਰੇ ਖਿਆਲ ਵਿਚ ਇਹ ਮਹਾਨ ਗਣਿਤਕਾਰ ਦੇ ਇਹ ਕਾਫੀ ਗਲੱਤ ਪੇਪਰ ਵੀ ਸੰਭਾਲਣ ਤੇ ਪੜਣ ਲਾਇਕ ਹਨ।

(੫੦.੪੧) ਦੂਜੇ ਹੀਰੇ ਗਰੋਥੈਣਡੀਕ--ਦੇਖੋ ਚਿਤਰ--ਦੀ ਕੈਨਸਾਸ ਚ ਲਿਖੀ ਬਲੌਰ ਸਾਫ਼ ਸ਼ੀਫ ਥੀਓਰੀ ਤੇ ਓਸ ਚੋਂ ਨਿਕਲੇ ਟੋਹੋਕੂ ਨੂੰ ਪੜ ਬੜਾ ਹੌਂਸਲਾ ਮਿਲੇਆ : ਐਵੇਂ ਤਾਂ ਮੈਥ ਮੈਂ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹਾਂ! ਪਰ ਬਾਦ ਚ ਪੈਰਿਸ ਨੇੜੇ ਓਹਦੇ ਐਸ ਜੀ ਏ ਜਾਂਦੇ ਚੇਲੇਆਂ ਨੂੰ ਸਮਝਨਾਂ ਵੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੋ ਗਿਆ ਓਹਨੂੰ ਪੂਰਾ ਸੱਮਝਣ ਲਈ, ਜੋ ਮੈਰੇ ਦੂਰ ਇਕੱਲੇ ਬੈਠੇ ਦੇ ਬਸ ਦਾ ਕਮ ਨਹੀਂ ਸੀ।



(੫੦.੪੨) ਹੋਰ ਬਹੁਤ ਵੱਰੇਆਂ ਬਾਦ ਮੈਰੇ ਵੀ ਲੱਗਣ ਲਗ ਪਏ ਬੁਰ-ਸੁਰ-ਈਵੇਤ ਦੇ ਦੌਰੇ। ਲੱਗਦਾ ਸੀ ਆਨਸਤੀਤੂ ਤੋਂ ਗਣਿਤ ਦੀ ਮਹਿਕ ਚੌਗਿਰਦ ਯਾਰਦਾਂ ਦੇ ਪੱਤੇਆਂ ਵਿਚ ਵੀ ਰੱਸ ਗਈ ਸੀ! ਪਰ ਅਫ਼ਸੋਸ, ਨੈਸ਼ਨਲਇਜ਼ਮ ਦੇ ਭੂਤ ਨੇ ਓਸ ਮੁਲਕ ਨੂੰ ਵੀ ਨਹੀਂ ਛੱਡੇਆ, ਕੁਝ ਵਾਸੀਆ ਦੇ ਪਹਰਾਵੇ ਤੇ ਹੀ ਲਗਾ ਦਿੱਤੀਆਂ

ਪਾਬੰਦੀਆਂ। ਹੁਣ ਨਹੀਂ ਸੀ ਰਹੇ ਰਾਹਤ ਦੇ ਸਾਧਨ ਮੈਰੇ ਲਈ ਇਹ ਦੌਰੇ, ਸੋ ਮੈਂ ਵੀ ਆਪਣੇ ਹੀਰੇ ਵਾਂਗ ਐਸ ਗਣਿਤ ਦੇ ਮੰਦਿਰ ਤੋਂ ਮੰਗ ਲਈ ਮਾਫ਼ੀ।

(੫੦.੪੩) ਭੂਤ ਦੀ ਨਿਰੰਤਰ ਵੱਧਦੀ ਜੈ ਜੈ ਦੇ ਅਤੇ ਦਾ ਕਾਰਣ : **ਅੱਤ ਵਿਚਲੇ ਹਨ ਬੱਛੀ ਸੈਂਤ ਮਾਰੀ ਦੇ ਯੁਣੀਵਰਸਲ ਸੋਲਜ਼ਰ ਵਰਗੇ ਗੀਤ!**

(੫੦.੪੪) **ਦੇਖ ਅਜ ੧੧/੦੪/੨੦ ਦੇ ਆਂਕੜੇ ਤੇ ਗਰਾਫ਼ ਨਹੀਂ ਲਗਦਾ ਹੋਨ ਵਾਲਾ ਹੈ ਕੋਈ ਕਰਿਸ਼ਮਾ ਏਥੇ ਵੀ**--ਸਿਰਫ਼ ਕੁਝ ਦੇਰ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਈ ਸੀ ਬਮਾਰੀ ਦੱਖਣੀ ਏਸ਼ੀਆ ਵਿਚ, ਫ਼ੈਲਣ ਦੀ ਗਤੀ ਓਹੀ ਹੈ--ਤੇ ਖਟਕਾ ਹੈ ਓਈਆਂ ਮੌਤਾਂ ਦਾ ਜੋ ੧੯੪੭ ਦੇ ਘੱਲੂਗਾਰੇ ਵਿਚ ਹੋਈਆਂ ਸੀ, ਸ਼ਾਇਦ ੧੯੧੮ ਦਾ ਸਪੈਨਿਸ਼ ਫ਼ਲੂ ਵੀ ਟਪ ਜਾਣ। ਇਹ ਭੂਤਕਾਲ ਵਿਚ ਵੀ ਮੈਂ ਦੁਆ ਕਰਦਾਂ ਹਾਂ ਰਬ ਨੂੰ ਕਿ ਜੋ ਬੱਚਣਗੇ ਓਹ ਦੇਸ਼ ਪਹਿਲਾਂ ਯਾਂ ਧਰਮ ਪਹਿਲਾਂ ਛੱਡ ਆਪਣੇ ਬੱਚੇਆਂ ਨੂੰ ਸਿਖਾਣਗੇ : **ਸੱਚ ਪਹਿਲਾਂ!**

(੫੦.੪੫) ਪਿਛਲਾ ਲਿੰਕ ਤੇ ਅਗਲੇ ਤਿਣ ਨੋਟ ਬਾਦ ਦੇ ਹਨ, ਏਥੇ ਮੈਂ ਆਪਣੀ ਨੋਟਬੁਕ ਤੱਕਦੇ ਇਹ ਮੈਮੋ ਲਿਖੇ ਸਨ: S^1 -ਐਕਸ਼ਨ ਤੋਂ ਬਣੀ ਫ਼ੋਲੀਏਸ਼ਨ ਦੇ ਸਰਕੱਲਾਂ ਦੀ ਸਪੇਸ ਦਾ ਸਪੈਸ਼ਲ ਇਕੁਏਸ਼ਨਾਂ ਰਾਂਗੀ ਐਨੈਲੇਸਿਸ ਤੇ ਸਾਈਕਲਿਕ ਕੋਨਜ਼ ਹੋਮੋਲੋਜੀ। ਕੋਮਪਲੈਕਸ ਸਵੈਲੋਟੇਲ ਦਾ ਫ਼ੰਡਾਮੈਂਟਲ ਗਰੁਪ, ਆਰਟਿਨ ਦੀਆਂ ਗੁੱਤਾਂ। ਸਮਿਟਰਿਕ ਪੌਲੀਨੋਮੀਅਲਜ਼ ਨਾਲ ਸਕੀਊ-ਸਮਿਟਰਿਕ ਫ਼ੋਰਮ ਵੇ ਤੇ ਚਰਣ ਵਾਂਗ। ਕੋਮਪਲੈਕਸ ਛੱਡ ਚੀਅਲ ਸਾਇਕਲਿਕ ਤਰੀਕੇ ਲੱਭਣਾ ਹਾਇਰ ਹੋਵੁਡ ਨਾਬਰਾਬਰੀ ਵਗੈਰਾ ਲਈ ਜ਼ਿਆਦਾ ਕੁਦਰਤੀ ਹੈ ਕੋਮਪਲੈਕਸ ਛੱਡ ਸੈਲਬਰਗ ਵਾਂਗ ਪੂਰੇ ਕੋਮਬੀਨੈਟੋਰੀਅਲ ਤਰੀਕੇ ਲੱਭਣਾ।

(੫੦.੪੬) ਪਰ ਜਿਵੇਂ ਅਕਸਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਸੀ ਪਲਾਣ ਕੁਝ ਬਣਾਂਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਰੱਬ ਨੂੰ ਮੰਜੂਰ ਕੁਝ ਹੋਰ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ : ਜੋ ਨਿਕ-ਸੁਕ ਭਾਗ ਪੰਜਵੇਂ ਬਾਦ ਸ਼ੇਸ਼ ਰਹਿ ਗਿਆ ਸੀ ਓਸ ਚ ਹੀ ਰੁਝਿਆ ਰਿਹਾ ਹਾਂ ਮੈ ਸਾਲ ੨੦੨੦ ਦੇ ਇਹ ਅੰਤ ਤੱਕ, ਤੇ ਕੁਝ ਦਿਣ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਮੈਂ ਪੌਸਟ ਕੀਤਾ ਹੈ ਇਹ ਕੁਝ ਐਸ ਚੋਂ : ਕਾਫ਼ੀ ਹੋਰ ਲਾਇਨ ਵਿਚ ਆ ਗਈਆਂ ਹਨ ਕਾਫ਼ੀ ਹੋਰ ਚੀਜ਼ਾਂ। ਪਰ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਗਣਿਤ ਦਾ ਇਹ ਵਿਸ਼ਾਲ ਨੰਵਾਂ ਨਜ਼ਾਰਾ, ਜੋ ਮੇਰੇ ਪਰਚੇਆਂ ਨਾਲ ਹੁਣ ਖੁਲ ਗਿਆ ਹੈ, ਓਹ ਇਕੋ ਕਾਰਟੀਸ਼ੀਅਣ ਦੇ ਬਸ ਦਾ ਨਹੀਂ, ਪਰ ਲੱਗੀ ਹੋਈ ਹੈ ਫ਼ਿਲਹਾਲ ਇਹ ਸਵਾ ਲੱਖ ਦੀ ਫ਼ੋਜ਼!

(੫੦.੪੭) ਲੋਕੱਲੀ ਵੀ ਇਹ ਨੰਵੀਂ ਥੀਓਰੀ ਵਿਚ ਬਹੁਤ ਦਿਲਚੱਸਪ ਚੀਜ਼ਾਂ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ ਕਿੰਵੇ ਕੀਸੀ ਵੀ ਸਾਈਕਲਿਕ ਨੋਨਜ਼ੀਰੋ ਨਾਬਰਾਬਰ ਕੋਮਪਲੈਕਸ ਨੰਬਰਾਂ ਦੇ ਸੀਕਵੈਂਸ ਨਾਲ ਜੁੜੀਆਂ ਕੁਝ ਪਵਾਂਕਾਰੇ ਦੀਆਂ ਕਲਾਈਨੀਅਣ ਫ਼ੰਕਸ਼ਨਾਂ -- ਇਹ ਹੁਣ ਓਟੋਮੋਰਫ਼ਿਕ ਵਜਦੀਆਂ ਫ਼ੰਕਸ਼ਨਜ਼ ਅੱਜ ਵੀ ਸੱਭ ਤੋਂ ਸਰਲ ਹੈ ਸਮਝਣਾ ਸਿੱਧੇ ਓਹਦੇ ੧੮੮੧ ਦੇ ਸ਼ਾਹਕਾਰ ਕਮ ਤੋਂ -- ਇਹਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਓਹ ਜੋ ਉਲਟ ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ ਹਾਈਪਰਬੋਲਿਪਟਿਕ ਇਨਟੈਗਰਲ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਪੀਰੀਅਡ ਅਸੀਂ ਓਸ ਇਕੁਏਸ਼ਨ ਦੇ ਕੋਐਫ਼ੀਸ਼ੈਂਟਸ ਤੋਂ ਹੀ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਹਦੇ ਹਨ ਇਹ ਸੀਕਵੈਂਸ ਦੇ ਨੰਬਰ ਰੂਟ।

(੫੦.੪੮) ਪਰ ਇਕਆਈ ਹੈ ਮੁਢ ਤੋਂ ਥੀਓਰੀ ਵਿਚ, ਨਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਉਪਰੋਕੱਤ ਫ਼ੰਕਸ਼ਨਾਂ ਜਵਾਬ ਹੈ ਇਕ ਬੀਜ ਗਣਿਤ ਦੇ ਮੂਲ ਮਸਲੇ (੨੦੧੭) ਦਾ, ਖੁਦ ਬਾ ਖੁਦ ਸਾਮਣੇ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜ਼ਰੂਰਤ, ਬਣਾਣ ਵਿਚ ਹੀ ਇਹ ਫ਼ੰਕਸ਼ਨਾਂ ਨੂੰ, ਕੀਸੀ ਵੀ ਪਲੇਨ ਦੇ ਓਪੈਣ ਬਾਂਉਂਡਿਡ ਸੈਟ Ω ਦੀ ਰੈਲੈਟਿਵਿਸਟਿਕ ਜਮੈਟਰੀ ਦੀ, ਦੇਖੋ ਪੀ ਜੀ ਐਂਡ ਆਰ (੨੦੧੩), ਨੋਟ ੧।

(੫੦.੪੯) ਕੁਝ ਸਾਲ ਪਹਲਾਂ ਮੈਂ ਆਪਣੀ ਮਾਤਾਜੀ ਦਾ ਗੁਟਕਾ ਪੜਦੇ ਨੋਟ ਕੀਤਾ ਕਿ ਜਪੁਜੀ ਸਾਹਿਬ ਵਿਚ ਇਕ ਤੇ ਸਿਰਫ਼ ਇਕ ਥਾਂ ਹੀ ਬਿੰਦੀ ਦਾ ਪਰਯੋਗ ਹੈ--ਅੰਤਿਮ ਪੌੜੀ ਦੇ ਸ਼ਬਦ ਭਾਂਡਾ ਲਈ--ਭਾਂਵੇਂ ਕਿਣੇ ਹੋਰ ਸ਼ਬਦ ਵੀ ਹਨ ਐਸ ਵਿਚ ਜਿਹਨਾਂ ਲਈ ਅਸੀਂ ਅਜ-ਕਲ ਬਿੰਦੀ ਵਰਤਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਂਡਾ ਭਾਉ ਅੰਮ੍ਰਿਤੁ ਤਿਤੁ ਢਾਲਿ॥
ਘੜੀਐ ਸਬਦੁ ਸਚੀ ਟਕਸਾਲ॥

(੫੦.੫੦) ਜੋ ਕੁਝ ਮੈਂ ਕਰ ਸਕੇਆਂ ਹਾਂ ਓਹਦੇ ਲਈ ਮੈਂ ਸੱਭ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਆਭਾਰੀ ਹਾਂ ਮੇਰੀ ਮਾਤਾਜੀ ਭੁਪਿੰਦਰ ਕੌਰ ਦੇ ਦਿਤੇ ਲਾਡ ਅਤੇ ਭਾਉ ਨੂੰ। ਓਹਨਾਂ ਦਾ ਜਨਮ ਸੌ ਸਾਲ ਪਹਲਾਂ ਸੱਣ ੧੯੧੯ ਵਿਚ ਸ਼ਾਇਦ ੧੭ ਫ਼ਰਵਰੀ ਨੂੰ ਹੋਏਆ ਸੀ, ਅੱਤੇ ਓਹ ੧੮ ਮਈ ੧੯੯੫ ਨੂੰ ਪੂਰੇ ਹੋ ਗਏ ਸਨ। ਇਹ ਰਬ ਦੀ ਮਰਜ਼ੀ ਨਾਲ ਅਜੇ ਚਲਦਾ ਪਰਚਾ ਓਹਨਾਂ ਦੀ ਯਾਦ ਨੂੰ ਸਮੱਰਪਿਤ ਹੈ।

ਕੇ ਐਸ ਸਰਕਾਰੀਆ

੩੦ ਸਤੰਮਬਰ ੨੦੧੮ ਤੋਂ